

単位根問題におけるベイジアンアプローチ

河 田 正 樹

概 要

時系列モデル分析で、平均非定常な系列の定常への変換法を選択する際に単位根検定が用いられるが、Dickey=Fuller流の単位根問題へのアプローチには問題点もあり、その問題点をSimsはベイジアンの立場で解決しようとした。

本稿では単位根問題へのベイジアンアプローチについて、一様な事前分布を用いたSimsの手法と、この手法を批判しJeffreys型の事前分布を用いたPhillipsの手法を中心に考察する。

1 はじめに

時間領域における時系列モデル分析では、そのデータを生み出したと考えられる確率過程について、平均、分散、自己共分散といった特性値を推測する際に、平均および分散が一定かつ自己共分散が2時点間の差のみに依存しているという定常性の仮定をおくことによって、推測する特性値の数を減らし、特性値についての推測を可能としている。しかしながら経済分析に用いられるデータのほとんどは、この定常性の条件が満たされない非定常なデータである。そのため非定常系列を定常系列に変換して分析を行うという方法が考えられており、Box = Jenkins流の方法では、平均が時間とともに一定であるという仮定が満たされない平均非定常な系列に対して、階差をとることによって定常系列へと変換し、分析するということが行われている。

しかし、この平均非定常な系列を定常系列に

変換するための方法としては、線形トレンドをあてはめることにより非定常性を取り除くという方法も考えられ、階差をとることによって非定常性を取り除くモデル(階差モデル)と、線形トレンドをあてはめることによって非定常性を取り除くモデル(トレンドモデル)のいずれを用いるかによって、予測結果にはかなりの差が生じることが知られている。そこで研究者の恣意的判断でなく、科学的な根拠に基づく処理方法の選択が必要となっている。処理方法の選択に際して統計的検定を行うために用いられるものが単位根検定である。単位根検定とは、モデルのAR部分にパラメータが1に等しくなるようなパラメータ(単位根)があるかどうかを検定するものであり、単位根を含むモデルは、階差をとる変換が施すことが可能となる。

単位根検定の特徴としては、帰無仮説および対立仮説のとり方に、さまざまな組み合わせがあるということがあげられる。ここではAR(1)モデルについて線形トレンドの有無、単位根の

有無によって分類してみる。

| | 単位根含む | 単位根含まず |
|----------|------------------------------------|---|
| 線形トレンド無し | $H_1: y_t = y_{t-1} + u_t$ | $H_3: y_t = \rho y_{t-1} + u_t$ $H_4: y_t = \mu + \rho y_{t-1} + u_t$ $\mu' = (1-\rho)\mu$ |
| 線形トレンド有り | $H_2: y_t = \beta + y_{t-1} + u_t$ | $H_5: y_t = \mu + \beta t + \rho y_{t-1} + u_t$ $\mu' = (1-\rho)\mu + \beta\rho$ $\beta' = \beta(1-\rho)$ |

単位根検定の1つの例としては、帰無仮説を単位根を含むモデル H_1 とし、対立仮説を線形トレンドを持つモデル H_5 とした検定があげられよう。また、帰無仮説を単位根も線形トレンドも含むモデル H_2 とし、対立仮説を H_5 とする仮説検定も行うことが可能である。

本稿で取り扱う単位根検定は、先験的に線形トレンドを含まないと思われるデータに関して、その系列が定数項のない定常なモデル(H_3)か、単位根を含んだ非定常なモデル(H_1)かをテストすることを考える。この検定は平均非定常な系列の処理方法の選択のための検定ではない。しかし、 H_1 のようなモデルはランダムウォークモデルといわれ、経済分析においては、効率性市場仮説に基づく株価の変動、恒常所得仮説に基づく消費関数の分析などに用いられた例⁽¹⁾があり、ある時系列データが定数項のない定常なモデルか、ランダムウォークモデルかを検定することは意味のあることである。

本稿では考察の対象とするモデルとして、次のようなモデルを考える。

$$y_t = \rho y_{t-1} + u_t \quad (t=1, 2, \dots, T) \quad (1)$$

ただし $u_t \sim N(0, \sigma^2), i.i.d.$ とする。

このモデルについて、 $|\rho| < 1$ であるか、 $\rho = 1$ であるかを検定することが、定常なモデルかランダムウォークモデルかを検定することとなる。この $\rho = 1$ となるかどうかの検定は、 $\rho = 1$ の時の最小二乗推定量 $\hat{\rho}$ の分布が正規分布には従わないため、通常の正規性に基づいた検定をそのまま用いることはできない。 $\rho = 1$ となるかどうかの検定方法は特殊な分布にもとづいて行わなくてはならないということが、Fuller [6]などで提唱されている。

Fuller [6] や Dickey and Fuller [4] などの Dickey = Fuller 流の単位根問題に対するアプローチでは、 $\rho = 1$ の場合のみ $\hat{\rho}$ が特殊な分布に従うために、 ρ の信頼区間に不連続性が生じるという問題点がある。この問題点を解決するための方法として、ベイズianの立場からアプローチしたのが Sims [16] および Sims and Uhlig [18] である。しかし、Simsのといったアプローチにはいくつかの問題点があると、Phillips [12] はこれを批判し、ベイズianの枠組みでの解決法を提唱した。本稿はこれらの単位根問題に対するベイズianのアプローチについて、SimsとPhillipsのアプローチを中心に概観してみる。

次節以降は次のような内容である。2節では伝統的アプローチによる単位根検定について、Dickey=Fullerのt値タイプの検定をとりあげる。3節では伝統的アプローチに対してSimsの批判と、Simsの提唱したベイズianアプローチについて述べる。4節ではPhillipsが行ったSimsのアプローチに対する批判を述べる。5節では

(1) 例えば、Fama [5], Hall [7] など。

Sims のアプローチと Phillips のアプローチについての考察を行う。

2 伝統的アプローチによる単位根検定

伝統的アプローチ⁽²⁾によると、(1) 式において $|p| < 1$ である場合には、 $\hat{\rho}$ を ρ の最小二乗推定量とすると、

$$\sqrt{T}(\hat{\rho} - \rho) \quad (2)$$

の分布が漸近的に $N(0, 1 - \rho^2)$ に従うが、 $\rho = 1$ となる場合には $\hat{\rho}$ は、定常の場合よりも早く 1 に収束し、 $T(\hat{\rho} - 1)$ が漸近的にある分布に従うが、その分布はかなり複雑な分布に従うことが知られている。⁽³⁾

この分布は理論的に導出することが難しいために、Dickey はモンテカルロ実験によってこの経験分布を求めた。この経験分布は Fuller [6] が表の形で公表している。伝統的アプローチによる単位根検定の 1 つの方法として、 $T(\hat{\rho} - 1)$ の値とこの経験分布表の値とを比較するものがある。

伝統的アプローチによる単位根検定のその他の方法としては、通常の回帰分析における t 検定にあたるやり方が考えられる。すなわち最小二乗法によって得られる $\hat{\rho}$ の標準誤差を $s_{\hat{\rho}}$ とするとき、

$$\hat{\tau} = \frac{\hat{\rho} - 1}{s_{\hat{\rho}}} \quad (3)$$

によって得られる $\hat{\tau}$ を計算するものである。 $\rho =$

1 の場合、この $\hat{\tau}$ の値もやはり t 分布には従わない。そのため Dickey が経験的に求めた $\hat{\tau}$ 分布表と比較することによって、仮説検定を行う方法が考えられている。

この 2 つのタイプの単位根検定は Dickey=Fuller の t 値タイプの単位根検定といわれる検定法である。単位根検定の方法にはその他にも様々な方法が考えられているが、本稿ではこの t 値タイプの検定のみを考察の対象とする。

3 伝統的アプローチに対する Sims の批判

Sims [16] は、伝統的アプローチによる単位根問題およびこの問題に関連した計量経済学を不毛な考え (sterile ideas) として痛烈に批判した。⁽⁴⁾

Sims の批判は、伝統的アプローチが $\rho = 1$ の漸近分布のみを特別に取り扱っていることに向けられている。 $|p| < 1$ であるときの漸近分布と $\rho = 1$ のときの漸近分布が異なるために、さまざまな矛盾が生じているというものである。

たとえば、標本数 $T = 100$ の時系列データを用いて、(1) 式のような AR(1) モデルを用いて、最小二乗法で推定し、

$$y_t = 0.9096 \times y_{t-1} + u_t \quad (4) \\ (0.04177)$$

という結果を得たとしよう (カッコ内の数値は標準誤差を表す)。このとき、 $|p| < 1$ という定常性を仮定した場合には、 ρ の 95% 信頼区間は

(2) ノンベイジアンアプローチは、伝統的アプローチという呼称以外に古典的アプローチ、標本理論によるアプローチなどとさまざまな呼称があるが、本稿では伝統的アプローチという表記に統一する。

(3) 山本 [20] 241 ページ。

(4) Sims [16] p.463.

(0.8269, 0.9923) となり、信頼区間の中に $\rho = 1$ は含まれない。しかし、 $\rho = 1$ という単位根を仮定した場合には、 ρ の 95% 信頼区間は (0.8411, 1.003) となり⁽⁵⁾、 $H_0: \rho = 1$ という帰無仮説をたてて単位根検定を行うと、この仮説を採択することになる。このような $\rho = 1$ の場合のみ漸近分布が異なるという不連続性は、定常なモデルを誤って単位根を含むモデルであるとみなすという結果を招く、と Sims は指摘している。⁽⁶⁾

Sims は、このような問題を解決するために、事前分布を一樣分布としたベイズアンプローチをおこなった。

ベイズアンプローチにおいて、問題となるのは、事前分布としてどのような分布を用いるかという事前分布の設定の問題があげられるが、母数に関する事前の知識がない場合には次のような基準が考えられる。⁽⁷⁾

1. 母数の範囲が $-\infty$ から ∞ までの間の値をとるとき、 $p(\theta)$ として、一樣分布を考える。すなわち $p(\theta) \propto \text{定数}$ である。
2. 母数の範囲が 0 から ∞ までの間の値をとるとき、 $p(\theta)$ として、 θ の対数が一樣分布となるような分布を考える。すなわち $p(\log \theta) \propto \text{定数}$ である。これは、 $p(\theta) \propto \theta^{-1}$ である。

この基準は Bayes や Laplace がサンプリング

の際に用いた一樣な事前分布について、Jeffreys が「ごくふつうの場合であればおおむね成立する」⁽⁸⁾ としたものであり、Jeffreys の基準といわれている。この基準による事前分布の密度関数は、積分して 1 になるという密度関数の性質を必ずしも満たさないため、広義事前密度関数といわれることもある。

このような基準にもとづいて設定された ρ の事前分布を一樣分布としたベイズアンプローチでは、伝統的アプローチのような不連続性は起きず、このようなベイズアンプローチの方が正しいと主張している。

また Sims and Uhlig [18] では次のようなモンテカルロ実験を行っている。⁽⁹⁾

- Step1 100個の平均0、分散1の正規乱数を発生させてそれを u_t とし、この u_t を用いて y_t を生成する。(ただし $y_0 = 0$ とする。)
- Step2 標本数 $T = 100$ の系列 y_t に最小二乗法を適用し、推定値 $\hat{\rho}$ を求める。
- Step3 Step1, Step2 の操作を 10000 回繰り返し、 $\hat{\rho}$ の条件付き分布を求める。
- Step4 Step1, Step2, Step3 の操作を ρ について 0.80 から 1.10 の間の 0.01 刻みの値について行い、 ρ と $\hat{\rho}$ の同時分布を求める。

このような手順を踏み、 $\hat{\rho}$ の階級幅を $[-\infty, 0.795)$, $[0.795, 0.805)$, $[0.805, 0.815)$, \dots として度数を求め、 $(\hat{\rho} \leq 1 \wedge \rho \leq 1)$ の部分について

(5) $\rho = 1$ の場合の信頼区間の算出には、山本 [20] 330 ページに掲載されている t 分布表を用いた。山本 [20] 330 ページの分布表は Fuller [6] から引用したものである。

(6) Sims [16] p.465.

(7) 繁樹 [15] 54 ページより引用。

(8) Jeffreys [9] p.117, 訳語は Zellner [21] 邦訳 47 ページによる。

(9) この実験では $\sigma^2 = 1$ という仮定をおいている。このような仮定をおいても一般性を失わない。

グラフにしたものが図1である。このグラフは Sims and Uhlig の行った実験と同様の方法によって筆者が作成した。なお、 $\hat{\rho}$ については、各階級の中央値によって代表させ、例えば $\hat{\rho} = 0.95$ とは、 $0.945 \leq \hat{\rho} < 0.955$ を意味している。

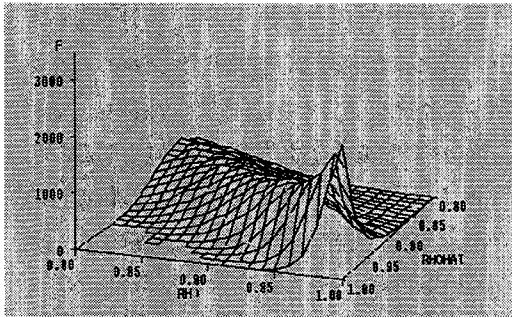


図1 $\hat{\rho}$ と ρ の同時分布

伝統的アプローチとベイズアンプローチの

相違は、母数の取り扱い方にある。伝統的アプローチでは母数を未知の定数と考えるのに対し、ベイズアンは母数を確率変数として考える。すなわち伝統的なアプローチでは、 $\hat{\rho}|\rho$ の分布に注目しているのに対し、ベイズアンのアプローチでは $\rho|\hat{\rho}$ の分布に注目するのである。

図2, 図3はそれぞれ $\rho = 0.95$, $\rho = 1$ のときの $\hat{\rho}$ の分布である。ともに左右非対称な分布となり、 $\rho = 1$ に近づくにつれて非対称の度合いが強まることになる。

一方図4, 図5はそれぞれ $\hat{\rho} = 0.95$, $\hat{\rho} = 1$ のときの ρ の分布である。散らばりの度合いは異なるものの、 $\hat{\rho} = \rho$ に関して左右対称な分布となっている。

このように、 $\rho|\hat{\rho}$ の分布を考えると、分布が左右対称になり、例えば $\hat{\rho} = 0.95$ が得られた場合

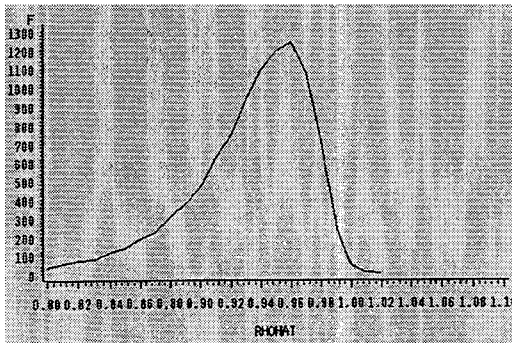


図2 $\rho = 0.95$ のときの $\hat{\rho}$ 分布

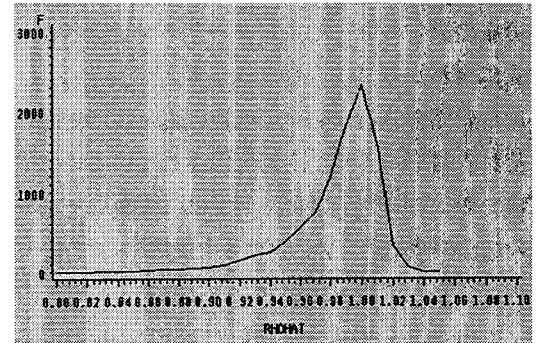


図3 $\rho = 1$ のときの $\hat{\rho}$ 分布

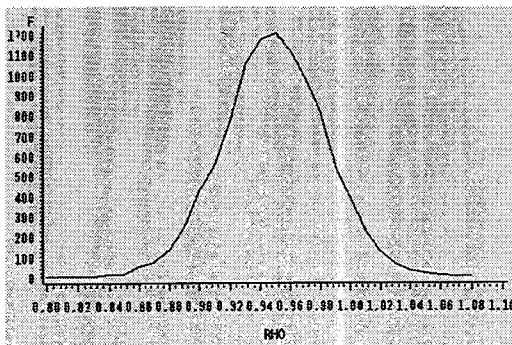


図4 $\hat{\rho} = 0.95$ のときの ρ の分布

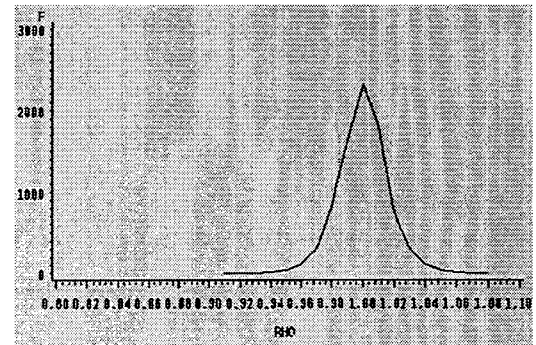


図5 $\hat{\rho} = 1$ のときの ρ の分布

にモデルが $\rho=0.9$ となる確率と $\rho=1$ となる確率はほぼ等しくなるということが言える。このようにことから、Sims and Uhlig は伝統的アプローチではなく、ベジアンのアプローチで単位根の問題を取り扱う方が良いと主張している。

4 Sims の提唱したベジアンアプローチに対する Phillips の批判

このような Sims の提唱したベジアンアプローチに対して、Phillips [12] は同じベジアン立場をとりながら、次のような批判を行った。

Phillips は Sims のおこなった事前分布として一様分布を採用したベジアンの手法について、説明変数に変動を持たない通常の回帰分析であるならば、事前分布として一様分布を用いる手法でもかまわないが、時系列分析の場合は事前分布の設定の際に時系列データの成り立ちを考慮に入れなくてはならないと考えた。すなわち、通常の回帰分析において係数はある説明変数とそれに対応する平均応答に影響しているにすぎないが、時系列分析においては、係数はデータの自己相関構造全体に影響を与えるものであり、より多くの情報を含んだものとなる。

Phillips はこのような時系列データの成り立ちを考慮に入れた、客観的に無知の状態を示す事前分布として、次のようなものを採用した。

$$p(\theta) \propto |I_{\theta\theta}|^{1/2} \quad (5)$$

ここで θ は母数を表している。また、 $I_{\theta\theta}$ はフィッシャーの情報行列といわれ、

$$I_{\theta\theta} = E \left\{ - \frac{d^2}{d\theta d\theta'} \log p(y|\theta) \right\} \quad (6)$$

と定義されるものである。 y は得られたデータ系列を表している。

この事前分布は前節において示した $p(\theta) \propto \theta^{-1}$ のような広義事前密度関数が θ のべき乗に関して不変であるという性質に注目し、それを Jeffreys が一般化したものである。⁽¹⁰⁾ この事前分布は Jeffreys 型の事前分布といわれるものである。

(1) 式で表されるようなモデルにおいて、 y_0 が与えられているという条件のもとで、 y のデータ分布は

$$p(y|\rho, \sigma, y_0) = (2\pi)^{-T/2} \sigma^{-T} \exp \left\{ - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T (y_t - \rho y_{t-1})^2 \right\} \quad (7)$$

となる。これを用いて事前分布を求める。 $\theta = (\rho, \sigma)'$ とすると、

$$I_{\theta\theta} = \begin{pmatrix} I_{\rho\rho} & 0 \\ 0 & I_{\sigma\sigma} \end{pmatrix} \quad (8)$$

となり、(7) 式から、

$$I_{\rho\rho} = \begin{cases} \frac{T}{1-\rho^2} - \frac{1}{1-\rho^2} \frac{1-\rho^{2T}}{1-\rho^2} + \left(\frac{y_0}{\sigma} \right)^2 \frac{1-\rho^{2T}}{1-\rho^2} & (\rho \neq 1) \\ \frac{T(T-1)}{2} + T \left(\frac{y_0}{\sigma} \right)^2 & (\rho = 1) \end{cases} \quad (9)$$

(10) Zellner [21] 邦訳 52 ページ。

$$I_{\infty} = \frac{2T}{\sigma^2} \quad (10)$$

となり、事前分布は

$$p(\rho, \sigma) \propto \frac{1}{\sigma} I_{\rho}^{1/2} \quad (11)$$

で与えられる。この事前分布は図6のような形状となる。ただし、 $y_0 = 0$ とおき、標本数 $T = 100$ および $T = 200$ の場合について示している。

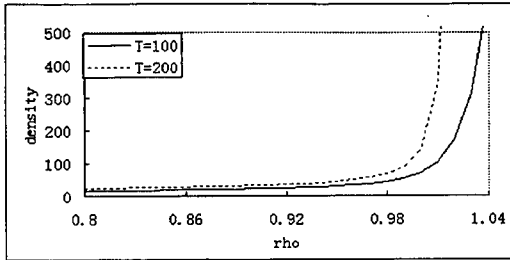


図6 Jeffreys 型の事前分布

この事前分布を用いて ρ と σ の同時事後分布を計算すると、

$$p(\rho, \sigma | y, y_0) \propto \sigma^{-T-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [m(\hat{u}) + (\rho - \hat{\rho})^2 m(y)] \right\} I_{\rho}^{1/2} \quad (12)$$

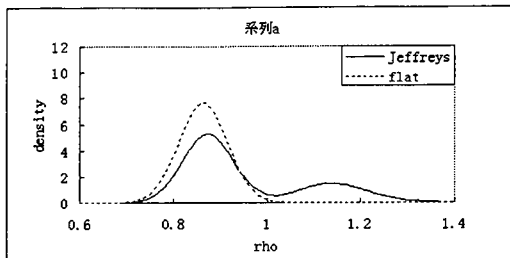


図7 ρ の周辺事後分布 (系列a)

となる。ここで

$$m(y) = \sum_{i=1}^T y_{i-1}^2, m(\hat{u}) = \sum_{i=1}^T (y_i - \rho y_{i-1})^2 \text{ である。}$$

この同時事後分布から $y_0 = 0$ のときの ρ の周辺事後分布を導出すると、

$$p(\rho | y) \propto I_{\rho}^{1/2} [m(\hat{u}) + (\rho - \hat{\rho})^2 m(y)] \quad (13)$$

となる。この ρ の周辺事後分布と、事前分布を一樣分布に設定した場合の ρ の周辺事後分布を、シミュレーションで作成した $T = 100$ の2つの系列について表したものが図7および図8である。

図7および図8で用いた系列の特性値は表1のようになっている。

表1 系列a,bの特性値

| | T | $\hat{\rho}$ | $m(\hat{u})$ | $m(y)$ |
|-----|-----|--------------|--------------|---------|
| 系列a | 100 | 0.8636 | 107.364 | 402.633 |
| 系列b | 100 | 0.9390 | 1209.667 | 143.996 |

この ρ の事後分布は、事前分布として一樣分布を用いた場合と異なり、 $\hat{\rho}$ に関して対称ではなく、また系列aのようにしばしば $|\rho| > 1$ のところにもう一つの山ができる双峰型分布をすることがある。Phillipsはこのもう一つの山につい

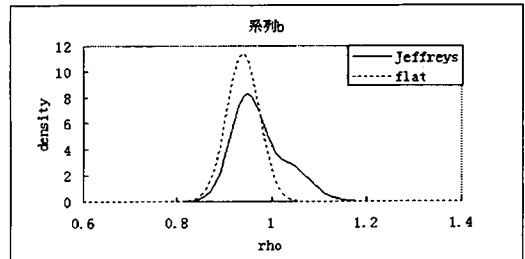


図8 ρ の周辺事後分布 (系列b)

て、データの相互依存関係の結果として生じるものであるとみなしている。

また Phillips は事前分布に一樣分布を用いた場合と Jeffreys 型の事前分布を用いた場合についてシミュレーションをおこなっている。その結果から事前分布に一樣分布を用いた場合には事後分布に下方バイアスがあり、それゆえ $p = 1$ となる確率を低く見積もってしまうと主張している。⁽¹¹⁾ 単位根検定の問題に関しては、Jeffreys 型の事前分布を用いた場合には、伝統的アプローチを用いた場合とほぼ同様の結果が得られると主張している。⁽¹²⁾

5 2つのベイズアンアプローチについて

今までみてきたように、単位根問題におけるベイズアンアプローチでは、事前分布の設定によって結果が大きく異なってくる。Kim and Maddala [10] は、事前分布に一樣分布を設定した場合と、Jeffreys 型の事前分布を用いた場合の比較を行っている。

Kim and Maddala によると、Phillips が Jeffreys 型の事前分布を用いて導出した事後分布は、尤度関数自体が時系列データの自己相関構造に関する情報を含んでいるため、この情報を過大視したものである。⁽¹³⁾ また、Jeffreys 型の事前分布は非定常の部分に多くのウエイトをおきすぎるため、定常の場合に双峰型の分布を生み出してしまうと述べている。⁽¹⁴⁾

Kim and Maddala はシミュレーションの結果

から、事前分布に一樣分布を用いた場合には事後分布は下方バイアスを持つことを認めているが、一方で Jeffreys 型の事前分布を用いた場合には上方バイアスをもち、そのバイアスの大きさは事前分布として一樣分布を用いた場合よりも大きいと主張している。⁽¹⁵⁾

また、Sims [17] は Phillips の用いた Jeffreys 型の事前分布について、標本数に強く依存し、標本数が大きくなるにつれて非定常なモデルに対するウエイトが非常に高まることを問題としている。このような標本数に依存した事前分布は、主観主義的なベイズアンの立場にとっても、データ解析的ベイズアンの立場にとっても受け入れることの出来ないものであると主張している。

6 おわりに

本稿は単位根の問題について、ベイズアンの視点からみた Sims の批判、Sims のアプローチに対する Phillips の批判を中心にとりあげた。伝統的アプローチである Dickey=Fuller 流の単位根検定には、信頼区間の不連続性という大きな問題がある。この問題を解決する1つの手段としてベイズアンのアプローチが考えられる。しかしベイズアンのアプローチも Sims のアプローチと Phillips のアプローチを比較すればわかるように、単位根の問題においては、無知の状態を表現する事前分布をどのように設定するかで結果が大きく異なってしまう。無知を表現する事前分布の設定の仕方はベイズアンの困難の一

(11) Phillips [12] p.348.

(12) Phillips [12] p.348.

(13) Kim and Maddala [10] p.376.

(14) Kim and Maddala [10] p.378.

(15) Kim and Maddala [10] p.379.

つであり、さまざま議論がなされている問題である。⁽¹⁶⁾ この問題に対して、無知の状態を表す事前分布としては、一様分布や Jeffreys 型の分布を用いる以外に、reference prior といわれる事前分布を用いる方法が Berger and Yang [1] で提案されている。reference prior は情報量に基づいて作成される事前分布である。このアプローチについての考察は、今後の検討課題としていきたい。

また本稿で取り扱ったモデルは定数項無しの AR(1) モデルに限定した。このようなアプローチを定数項を含むモデルで行った場合や、一般の AR(p) モデルに拡張した場合についても今後の課題としたい。

参考文献

- [1] Berger, J. O. and R. Y. Yang (1994), "Noninformative priors and the AR (1) model," *Econometric Theory*, 10, 461-482.
- [2] Bernardo, J. M. and A. F. M. Smith (1994), *Bayesian Theory*, John Wiley & Sons.
- [3] Box, G. E. P., G. M. Jenkins and G. C. Reinsel (1994), *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, 3rd edition, Prentice-Hall.
- [4] Dickey, D. A. and W. A. Fuller (1979), "Distribution of estimators for autoregressive time series with a unit root," *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431.
- [5] Fama, E. F. (1970), "Efficient capital markets: a review of theory and empirical work," *Journal of Finance*, 25, 383-417.
- [6] Fuller, W. A. (1976), *Introduction to Statistical Time Series*, John Wiley & Sons.
- [7] Hall, R. E. (1978), "Stochastic implications of the life cycle - permanent income hypothesis: theory and evidence," *Journal of Political Economy*, 86, 971-987.
- [8] Hamilton, J. D. (1994), *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- [9] Jeffreys, H. (1961), *Theory of Probability*, 3rd edition, Oxford University Press.
- [10] Kim I. M. and G. S. Maddala, (1991), "Flat priors vs. ignorance priors in the analysis of the AR(1) model," *Journal of Applied Econometrics*, 6, 375-380.
- [11] Nelson, C. R. and C. I. Plosser (1982), "Trends and random walks in macroeconomic time series," *Journal of Monetary Economics*, 10, 139-162.
- [12] Phillips, P. C. B. (1991), "To criticize the critics: an objective Bayesian analysis of stochastic trends," *Journal of Applied Econometrics*, 6, 333-364.
- [13] Phillips, P. C. B. and W. Ploberger (1996), "An asymptotic theory of Bayesian inference for time series," *Econometrica*, 64, 381-412.
- [14] Schotman, P. C. and H. K. van Dijk (1991), "On Bayesian routes to unit roots," *Journal of Applied Econometrics*, 6, 387-401.
- [15] 繁樹 算男 (1985) 『ベイズ統計入門』 東京大学出版会.
- [16] Sims, C. A. (1988), "Bayesian skepticism on unit root econometrics," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 463-474.
- [17] Sims, C. A. (1991), "Comment by Christopher A. Sims on 'To criticize the critics', by Peter C.B. Phillips," *Journal of Applied Econometrics*, 6, 423-434.
- [18] Sims, C. A. and H. Uhlig (1991), "Understanding unit rooter: a helicopter tour," *Econometrica*, 59, 1591-1599.
- [19] Stock, J. H. (1991), "Bayesian approaches to the 'unit roots' problem: a comment," *Journal of Applied Econometrics*, 6, 403-411.
- [20] 山本 拓 (1988) 『経済の時系列分析』 創文社.
- [21] Zellner, A. (1971), *An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics*, John Wiley & Sons. (福場 庸・大澤 豊 共訳『ベジアン計量経済学入門』 培風館, 1986) (博士後期課程第1年度生)

(16) Zellner [21] 邦訳 46 - 59 ページにはさまざまな議論についての解説がなされている。